

CESARE ARZELÀ

Estratto dalla Commemorazione letta nell'Adunanza del 26 maggio 1912 della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, dal Prof. Salvatore Pincherle.

Sono oramai trascorsi quasi otto lustri. Una mattina, i pochi studenti che, in un'aula dell'Università di Pisa, assistevano alla lezione di analisi superiore del professor Ulisse Dini, videro entrare un giovane, alquanto loro maggiore di età, d'aspetto franco e vivace, dal fare disinvolto, dall'occhio luminoso e penetrante, il quale, sedutosi accanto a loro, stette ad ascoltare con profonda, ininterrotta attenzione, la dotta ed efficace parola del Maestro.

Finita la lezione, il giovane si presentò ai nuovi compagni. Egli era già da qualche anno professore nelle scuole secondarie: ma, appassionato per la ricerca scientifica, aveva sentito il bisogno di rafforzare con nuovi studi la propria coltura: perciò, rinunciando temporaneamente all'ufficio, aveva chiesta ed ottenuta l'aspettativa per attendere con maggior agio a perfezionarsi nell'analisi matematica, e veniva nella Università stessa, in cui già aveva percorsi e compiuti gli studi, a mettere ad effetto il suo proponimento.

Quel giovane era *Cesare Arzelà*; il corso che si accingeva a seguire aveva per oggetto quella teoria che formò poi il tema preferito delle sue ricerche, quella in cui doveva lasciare orma profonda ed acquistare insigne rinomanza: la teoria delle funzioni di variabile reale, di cui il Dini gettava allora le basi mentre attendeva alla preparazione del suo celebre trattato su quell'importante argomento.

Io mi trovava fra i giovani che fecero in quella mattina la conoscenza dell'*Arzelà*: io, che dovevo poi nuovamente incontrarlo nell'Ateneo di Bologna, essergli per trent'anni compagno di lavoro, ammirarne, in questo lungo periodo di tempo, l'opera di maestro e di scienziato, infine, coll'animo angosciato, colla mente affollata da mille ricordi di colleganza e di amicizia, parlarne oggi a Voi, prima che il tempo, che consacrerà la sua fama, abbia smorzati i colori della vita nel ricordo della geniale sua figura.

Cesare Arzelà nacque il 6 di Marzo del 1847 in S. Stefano di Magra, ameno paesello della Lunigiana. Il padre Eugenio, capo mastro, poi appaltatore di lavori, seppe colla industrie operosità acquistare a sé ed alla famiglia una modesta agiatezza, che gli permise di avviare i figli agli studi; la madre, Giustina Camajore, fu donna di molta intelligenza e di singolare energia che, circondata dall'affetto rispettoso dei suoi, ebbe la ventura di conservare queste doti fino ad una età assai avanzata.

Il giovane Cesare fu inviato a percorrere gli studi classici nel Ginnasio della vicina Sarzana, dove si distinse ben presto, tanto che alla licenza Ginnasiale conquistò il 1° premio di 1° grado. Passato al Liceo di Pisa, continuò a segnalarsi, ed ebbe anzi ad ottenere, per merito, un sussidio dalla Sua Provincia; e se per tempo manifestò una spiccata predilezione per le scienze, ciò non fu a detrimento delle materie letterarie, nelle quali seppe pure acquistare una buona coltura.

Nel 1865 entrò all'Università di Pisa, vi si iscrisse nella sezione Fisica matematica, corrispondente all'attuale di matematiche pure, ed ottenne per concorso un posto alla R. Scuola normale Superiore, fin

d'allora rinomato semenzaio d'insegnanti di scienze e di lettere. Fra i maestri dell'Università pisana emergevano allora, per le matematiche, il Betti ed il Dini: ed è da questo ultimo, allora giovanissimo e che principiava appena a diffondere le nuove idee, sue in tanta parte, sulla teoria delle funzioni, che il Nostro ha principalmente ricevuto la direttiva scientifica.

Ottenuta la laurea e superato lodevolmente l'esame di abilitazione all'insegnamento presso alla Scuola normale Superiore di Pisa, *Arzelà* vinceva un sussidio di perfezionamento all'estero di L. 1500; ma poiché l'ottimo suo padre, che manteneva allora altri tre figli agli studi, non poteva aggiungere il complemento necessario a quella troppo tenue somma, Egli dovette rinunciare con rammarico all'ambito posto, ed accettare invece la nomina a professore reggente di matematica nel R. Liceo di Macerata, dando così principio alla sua carriera d'insegnante. Però, dopo due anni d'insegnamento, chiedeva l'aspettativa per dedicarsi, come vi ho detto, a studi di perfezionamento. Richiamato in servizio nell'ottobre del 1873, veniva trasferito dapprima al R. Liceo di Savona, dove ebbe anche l'incarico nell'Istituto tecnico Comunale, poi, nell'anno seguente, a quello di Como. Qui, né il suo zelo per l'insegnamento, né il profitto della scolaresca valsero a risparmiargli le angherie di un Preside cui sembrava eccessivo il giusto rigore che l'*Arzelà* era andato sostituendo alla colpevole debolezza di un suo predecessore: sicché, sebbene dal Ministero gli fosse resa ragione, ciò che gli veniva dimostrato col conferimento dell'incarico dell'insegnamento della matematica nella Scuola tecnica, fu con gioia che accettò il posto d'insegnante di Matematica nell'Istituto Tecnico allora provinciale di Firenze, offertogli per indicazione dei Suoi professori di Pisa. Nella nuova residenza, che gli rendevano gradita i vantaggi del soggiorno nella grande e bella città e la maggiore vicinanza alla famiglia, gli si offriva inoltre l'opportunità di un insegnamento più elevato. Nell'intendimento di chi aveva allora riordinati gl'Istituti tecnici, essi dovevano servire di scuola preparatoria alle Scuole d'Applicazione per gl'ingegneri; perciò i programmi di matematica erano in quel tempo assai più estesi di quanto non siano oggi, e comprendevano gli elementi della Geometria analitica, della Geometria proiettiva ed anche del Calcolo infinitesimale. L'*Arzelà* ebbe in tal modo agio di addestrarsi nell'insegnamento di alcune parti più elevate della matematica, ed essendogli toccata la fortuna di incontrare, nella sua scuola, alcuni giovani di eccezionale intelligenza - basti ricordare Vito Volterra e Rodolfo Bettazzi - fece loro un corso straordinario di Calcolo che, impartito con amore e seguito con frutto, non fu senza influenza sulla successiva carriera scientifica degli ascoltatori. Gli anni di permanenza a Firenze venivano frequentemente ricordati in seguito dall'*Arzelà*, e sempre con grande compiacimento.

Nel 1878, apertosi il concorso al posto di professore straordinario d'Algebra presso la R. Università di Palermo, l'*Arzelà* vi prese parte, e vinse. Nel nuovo ambiente incontrò ben presto la simpatia degli studenti e dei colleghi, insegnò con efficacia e lavorò con grande frutto, e quando, due anni dopo, lasciò l'Università di Palermo per quella di Bologna, dove, pure per concorso, aveva vinto l'importante cattedra di Calcolo infinitesimale, fu accompagnato dal rammarico degli studenti e degli amici, e a testimonianza della stima di cui vi era stato circondato, riportava, dalla Capitale della Sicilia, la nomina a membro di quella Società di Scienze naturali ed economiche.

Col novembre del 1880, l'*Arzelà* assumeva, in qualità di professore straordinario, l'insegnamento del

Calcolo differenziale ed integrale nell'Università nostra, e nel 1884 vi raggiungeva il grado di Ordinario. Nonostante l'importanza dell'Ateneo bolognese e della Facoltà di scienze, in cui era tuttora vivo il ricordo dei Chelini, dei Cremona, dei Beltrami, la sezione matematica non possedeva ancora, nel 1881, tutti gli insegnamenti richiesti per la laurea. Fu la presenza dell'*Arzelà*, insieme a quella di alcuni altri nuovi docenti, che indusse il Ministero, su istanza della Facoltà, a completarne la sezione matematica: ciò avvenne nei primi mesi del 1881, e l'anno seguente veniva qui conferita, per la prima volta, una laurea in matematiche pure. L'incarico dell'Analisi Superiore, conferito all'*Arzelà* in occasione del completamento della Facoltà, insieme a quello, aggiuntovi alcuni anni dopo, di una parte delle conferenze della Scuola di Magistero, gli fu confermato fino alla Sua morte.

E a Bologna, divenuta per Lui una seconda patria, che si è svolta quasi per intero la Sua attività didattica e scientifica. Qui si sono succedute generazioni di ingegneri che hanno da Lui ricevuto il principale fondamento teorico dei loro studi: qui si sono preparati numerosi insegnanti, che a Lui debbono la conoscenza dei metodi, l'affinamento del senso critico, l'arte di congiungere alla chiarezza il più severo rigore; ed ora questi insegnanti, che si sono sparsi nei vari ordini d'Istituti, e di cui alcuni hanno raggiunto i posti più eccelsi, tengono alto in tutta Italia il vanto della Scuola di cui l'*Arzelà* è stato l'anima per ben sei lustri.

Durante questo lungo periodo, la vita dell'*Arzelà* è tutta stata dedicata alla Scuola e alla ricerca scientifica ma le cure severe della Scuola e della Scienza non alterarono la gioconda festosità del Suo carattere, che lo faceva ricercato in eletti convegni e gli procurava amicizie e simpatie anche fuori della cerchia degli studiosi. A ristoro dell'intenso lavoro intellettuale, nell'inverno qualche lieto conversare, nelle vacanze estive il soggiorno nel prediletto suo paese nativo, chiuso da quei ridenti colli vestiti di ulivi e di vigneti, dalle cui vette si scorge l'azzurro del Tirreno. Ma, in quei mesi da tanti destinati al riposo, Egli cercava ristoro alle fatiche del periodo scolastico, non ozio; e pur attendendo alla coltivazione dell'amenò podere, pur interessandosi al benessere, al miglioramento morale ed economico di quei terrazzani, riserbava lunghe ore alla lettura di opere e di memorie recenti, trovandovi argomenti di meditazione, di critica, di nuove indagini, di perfezionamenti ai Suoi Corsi.

All'*Arzelà*, figlio di longevi, dotato di fibra eccezionalmente robusta, di salute florida e che solo a lunghi intervalli era stata minacciata da qualche accenno di podagra, tutto faceva presagire una lunga carriera. Ma, pochi anni or sono, gli si manifestano con violenza i sintomi di una precoce arteriosclerosi. Non vuole riconoscere la gravità dei sintomi ognor più palesi; con indomita energia, non vuole cedere alle insidie del male, alle istanze dei medici; al prezzo di sforzi che aggravano le Sue condizioni di salute, vuole continuare nell'insegnamento, nelle ricerche scientifiche, nell'usata vita: ed il giorno in cui il respiro gli si fa affannoso, quando non gli è più possibile di parlare a lungo ad alta voce, non rinuncia per ciò alla scuola: si reca ancora alla lezione in cui lo supplisce amorosamente l'assistente; dirige, commenta, critica, tratto tratto ritrova la consueta arguzia e l'antica giocondità, dinanzi all'uditorio attonito ed ammirato. Il male incalza, ma Egli non cede; e, se sente che la Sua presenza in una Commissione di Concorso possa essere utile a fare prevalere un principio di giustizia, a giovare alla più equa soluzione, Egli non esita; sfida i disagi del viaggio, si reca a Roma, e quando infine le forze gli vengono meno,

aduna la Commissione in casa propria, e dal suo letto di dolore ne dirige i lavori.

Ma il male procede, inesorabile; nell'Aprile del 1911, *Arzelà* lascia Bologna, che non deve più rivedere; pochi giorni dopo di essersi ritirato nell'amata villetta, nel suo diletto S. Stefano, è colto da un grave disturbo circolatorio; langue ancora per quasi un intero anno, non senza qualche periodo di miglioramento nel quale l'animo degli amici si riapre alla speranza ed il Suo pensiero ritorna ai diletti discepoli, a novelle ricerche: ma Lo vince la violenza del morbo, e alla sera del 15 marzo 1912 i Suoi occhi si chiudono per sempre.

Quale Maestro sia stato l'*Arzelà* lo possono dire le lunghe schiere di studenti che da Lui hanno appresa una delle più ardue discipline che siano state elaborate dallo spirito umano. Le Sue doti singolari d'insegnante sono già state ricordate, all'indomani della Sua dipartita, da alcuni Suoi discepoli che affettuosamente ne hanno evocata la simpatica figura; essi hanno rammentate quelle lezioni luminose in cui, sotto ad un apparente, sapiente disordine, si svolgeva sicura la linea della teoria, si svelava il meccanismo recondito della dimostrazione. I colleghi possono ricordare lo zelo costante, efficace, entusiasta che lo ha sempre animato, negli ultimi giorni del Suo insegnamento non meno che nei primi; i perfezionamenti amorosamente, lungamente studiati, che progressivamente sono stati portati ai suoi corsi; l'incontentabile rigore, la scrupolosa ricerca dell'esattezza. Il Suo Trattato di Calcolo, cui ha lavorato a lungo e che è rimasto disgraziatamente incompiuto, resta a testimoniare della cura che pose nel dare forma all'insegnamento della importante materia; senza entrare ad esaminare quei punti del libro che maggiormente recano la sua impronta personale, come la teoria delle funzioni implicite, quella degli integrati doppi, ecc., basti ricordare l'ardita ed applaudita innovazione della fusione del Calcolo integrale col differenziale, che crediamo da Lui tentata per la prima volta. L'insegnamento dell'Analisi superiore, da Lui tenuto per tanti anni, gli fu un forte incentivo ad approfondire punti essenziali dell'arduo ramo di Scienza; in questo campo l'opera Sua di insegnante non si disgiunse da quella di scienziato, e dei risultati dei Suoi studi gli studenti del corso di Analisi ebbero spesso le primizie. Quanti punti difficili e delicati non vennero dilucidati, precisati, completati ad un tempo nella Sua mente ed in quella dei Suoi uditori, in quelle lezioni vive, chiare e profonde! E da quei Corsi molti dei nostri giovani trovarono l'argomento della tesi, e alcuni dei migliori vi costruirono il fondamento della futura loro attività scientifica.

Spesse volte, nelle Sue conversazioni coi colleghi, si udiva l'*Arzelà* parlare con apparente scetticismo della Scuola e della Scienza, «A che prò crearsi tante difficoltà? a che questa ricerca del rigore? a che andare a cercare il pelo nell'uovo? Che ne importa, in fondo, agli scolari ed anche a noi? Tanto, il mondo va avanti lo stesso!» Ma quanto era lontano da queste esclamazioni l'intimo suo pensiero! La frase scherzosa od ironica era quasi un segno del pudore sotto cui gelosamente nascondeva l'entusiasmo che lo animava: ben lo sentivano gli amici, ben lo sapevano i colleghi, i discepoli: sapevano quali e quanti fossero i suoi scrupoli di insegnante, quanto gli costasse la perdita di una lezione, quanto si fosse adoperato per sradicare l'abuso delle troppe prolungate vacanze, quanto infine Egli facesse per intensificare sempre più il proprio insegnamento, per armonizzarne sempre meglio le proporzioni, per aumentarne d'anno in anno l'efficacia!

Non è soltanto coll'opera di professore universitario che l'*Arzelà* ha bene meritato dalla Scuola italiana.

Nelle votazioni per la nomina dei commissari di concorsi a cattedre della Sua materia o di materie affini, o di quelli per posti d'insegnante in vari ordini di Scuola medie, il Suo nome venne costantemente votato dalla fiducia dei colleghi, e tutti ricordiamo con quanto scrupolo ne adempisse le funzioni, e come il Suo fare, solitamente bonario e gioviale, si mutasse in rigida fermezza quando sentiva di dovere difendere quel principio che gli sembrava equo, di dovere fare trionfare quella soluzione che riconosceva più conforme a giustizia. Con non minore zelo Egli disimpegnò le funzioni di Commissario ad esami e quelle di Ispettore, delle quali fu frequentemente incaricato; e senza esagerazione si può ben dire che in ogni Istituto da Lui visitato, il Suo passaggio ha lasciato tracce benefiche.

Altro beneficio per le nostre Scuole medie è stata la pubblicazione del Suo trattato di Algebra elementare. Nel 1879, l'*Arzelà* ebbe dall'editore Lemonnier di Firenze l'incarico di un rifacimento dell'Algebra del Bertrand, il migliore fra i libri della materia allora adottati nelle nostre scuole. In quell'epoca appunto sorgeva e cominciava a diffondersi in Italia quel senso critico che, avendo preso a vagliare i principi della Matematica, vi riscontrava deficienze e dubbi e si proponeva di stabilirli su basi logicamente sicure. Questa tendenza, che ebbe più tardi la sua più perfetta estrinsecazione nella opera del Peano e dei di lui seguaci, non poteva non essere avidamente accolta *Arzelà*, spirito eminentemente critico; non potevano, nella redazione di un testo di Matematica elementare, non presentargli dubbi: e questi dubbi Egli seppe egregiamente discutere ed in gran parte risolvere; ed è così che in luogo dell'Algebra del Bertrand sotto una nuova veste, avemmo un libro più moderno, più rigoroso, perfettamente italiano, diviso naturalmente in due parti distinte, quella relativa al campo razionale e quella che ha per oggetto i numeri irrazionali, ed in cui per la prima volta argomenti interessanti e delicati sono trattati colla dovuta precisione. Questo libro, via via migliorato nelle successive edizioni, occupa tuttora, in molti nostri Licei ed istituti Tecnici, il posto gloriosamente conquistato.

La produzione scientifica di *Cesare Arzelà* rispecchia le qualità caratteristiche del Suo ingegno prevalentemente critico, della Sua mente dotata di squisito senso analitico e di singolare acume. Spesso l'ho sentito accennare alla Sua predilezione per quegli studi che richiedono «un minuto di erudizione, un massimo di penetrazione». Egli non vagheggiava le grandi costruzioni sintetiche, non cercava i raffronti fra regioni lontane della scienza speculativa. A Lui piaceva invece di assodare il terreno su cui si svolge l'indagine matematica; s'ingegnava a precisare sempre meglio le condizioni che assicurano la solubilità del problema, la validità dell'algoritmo; voleva che alle condizioni spesso troppo larghe, di cui si accontenta il ricercatore comune, altre ne fossero sostituite, più ristrette, più esaurienti che fosse possibile; e più d'una volta l'acutezza del suo ingegno gli permise di ritrovare le circostanze necessarie e sufficienti essenziali per il fatto che formava oggetto della Sua ricerca. La teoria delle funzioni di variabile reale, che, come ho già detto, nasceva in Italia, principalmente per opera del Dini, sui primordi della carriera scientifica dell'*Arzelà*, ha costantemente offerto al suo atteggiamento mentale il campo più appropriato.

La cospicua opera scientifica che Egli ci ha lasciata ha ricevuto, seppure con ritardo, il riconoscimento che ben le era dovuto. L'*Arzelà* fu eletto nel 1894 socio onorario della R. Accademia delle Scienze di Bologna; nel 1904 corrispondente nazionale della R. Accademia dei Lincei: nel 1905 ottenne la medaglia

d'oro della Società delle Scienze dei XL; nel 1907 il premio Reale per la matematica, a metà col professore Castelnuovo; ebbe nel 1910 la nomina a corrispondente della Società Matematica di Charkoff; infine, nel 1911, pochi mesi prima della Sua morte, fu eletto membro della Società dei XL, e, in mezzo alle gravi Sue sofferenze, questo alto attestato di stima gli fu di dolce conforto. Non meno di queste onorificenze, gli erano argomento di legittima soddisfazione le prove della considerazione in cui, in Italia e all'estero, erano tenuti i Suoi lavori. Il Pohl, e dopo la morte di questo il Raughegger, entrambi allievi dello Stolz, pubblicarono in un periodico scientifico viennese un rifacimento della maggiore memoria dell'*Arzelà*, quella «sulle serie di funzioni»; il Townsend tradusse in inglese un altro suo lavoro per gli Annali americani di Matematica; il Borel, nel trattatello sulle funzioni di variabile reale, mise in luce l'importanza del teorema dell'*Arzelà* sulle serie di funzioni e ne diede una più semplice dimostrazione; infine il Fréchet, il Montel ed altri mostrarono come le proposizioni del Nostro siano un sussidio ormai necessario in varie ricerche quantitative del Calcolo funzionale.

Troppo imperfettamente ho così richiamato, o Signori, quanto il Collega che abbiamo perduto abbia fatto per la Scuola, quale contributo Egli abbia lasciato alla Scienza. Più imperfettamente ancora ho ritratto la Sua figura, quell'aspetto franco e deciso, quella amabile fisionomia che ricordava (ed Egli si compiaceva del raffronto) i lineamenti che si attribuiscono al «roy vert-galant», a Enrico IV di Francia; più efficacemente avrei voluto ricordarvi e quella simpatica arguzia, e quell'amore al Vero e al Bello nascosto da una leggera larva di bonario scetticismo, e quel cuore benefico a cui più di un infelice, più di un amico bisognoso ha ricorso e non invano, e quella coscienza di cittadino integro, leale, saggiamente ma sinceramente liberale, schiettamente italiano. Se Egli non è più, se il Suo labbro è muto, se «l'occhio, ah! quell'arguto da le assidue vigilie occhio conquiso, più non si leva a' dolci alunni in viso», pur di Lui non poco rimane. Rimane l'esempio: rimane l'eredità d'affetto nei colleghi, nei discepoli; rimane il contributo non caduco da Lui recato alla Scienza.

Ma un'altra benemerenzza varrà ancora a mantenere viva la Sua memoria. In quel triste e piovoso giorno di Marzo in cui, col cuore pieno di mestizia, avevamo accompagnata la Sua salma al riposo attraverso le vie del Suo paesello, fra due ali di popolo dolente, impalammo che non solo ai più miseri di quel popolo aveva dimostrato il Suo affetto con benefici doni, ma, anche, che una maggiore parte della Sua sostanza aveva destinata ad un premio vistoso, che alla Accademia delle Scienze di Bologna spetterà di conferire, e che sarà ambita ricompensa a quei giovani matematici che, in avvenire, meglio sapranno procedere nella strada da Lui per tanta parte percorsa.

Se il Nobile cimento varrà a dare alla Sua, alla nostra Scienza nuovi e più ricchi frutti, ne gioirà la Sua ombra, ed avrà ottenuto il più ambito e glorioso guiderdone la memoria di *Cesare Arzelà*!

SALVATORE PINCHERLE